हिमाचल प्रदेश केंद्रीय विश्वविद्यालय
CENTRAL UNIVERSITY OF HIMACHAL PRADESH
प्रवेश परीक्षा/Entrance Test - 2017

पेपर का नाम Name of the Paper	गणित Mathematics	पेपर कोड Paper Code	0517
रोल नं. Roll No.		अभ्यर्थी का नाम Name of Candidate	
केन्द्र का नाम Name of the Centre		अभ्यर्थी के हस्ताक्षर Signature of Candidate	

क्र.सं./Serial No. : 180

समय: 1½ घंटा अधिकतम अंक: 60

Time : 1½ Hours Maximum Marks : 60

अभ्यर्थियों के लिए अनुदेष

1. अभ्यर्थी (i) इस प्रश्नपत्र पुस्तिका और (ii) अलग से दिया गया ओएमआर उत्तर-पत्रक पर अपना रोल नं. लिखें और निर्धारित स्थानों पर अपने हस्ताक्षर भी करें।
2. इस प्रश्नपत्र पुस्तिका में इस कवर पृष्ठ के अलावा कुल 60 प्रश्न हैं। रफ कार्य के लिए प्रश्न पत्र के अन्त में उपलब्ध खाली पृष्ठों का प्रयोग करें।
3. प्रत्येक प्रश्न के लिए चार वैकल्पिक उत्तर (क), (ख), (ग) और (घ) दिए गए हैं। अभ्यर्थी जिस एक उत्तर को सही समझता है, उसका चयन करने के बाद उत्तर-पत्रक में गोला को अंकित करे/रंगे।
4. गोला को रंगने के लिए काला/नीला बॉल पेन का प्रयोग करें।
5. **निम्नलिखित उदाहरण देखें।**

   उदाहरण

   1. 20 और 12 का जोड़ होता है

   (क) 32 (ख) 38 (ग) 31 (घ) 34

   उपर्युक्त प्रश्न का उत्तर (क) है, जिसे ओएमआर उत्तर-पत्रक में निम्नलिखित रूप में अंकित करें:

1	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ

6. आधा रंगा हुआ, हल्के रूप से अंकित, गोला में सही या गलत के निशान को ऑप्टिकल स्कैनर द्वारा इसे गलत उत्तर के रूप में पढ़ा जाएगा और इसे गलत माना जाएगा।
7. परीक्षा कक्ष छोड़ने से पहले प्रश्नपत्र पुस्तिका और ओएमआर उत्तर पुस्तिका अन्वीक्षक को अवष्य सौंप दें। पुस्तिका से कोई भी पृष्ठ फाड़कर अपने पास नहीं रखें।
8. ओएमआर उत्तर पत्रक को सीधा रखें। इसे मोड़ें आदि नहीं।
9. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं, प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है। गलत उत्तर के लिए कोई भी अंक काटे नहीं जाएंगे।
10. कैलकुलेटर/मोबाइल/कोई भी इलेक्ट्रॉनिक मद/ आपत्तिजनक सामग्री के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

परीक्षा नियंत्रक

INSTRUCTIONS TO THE CANDIDATES

1. Candidate is required to write his/her Roll Number in (i) this Question Booklet and (ii) OMR Answer Sheet supplied separately; and also put his/her signature at the places provided for the purpose.
2. This Question Booklet consists of this cover page, and a total 60 Items. Use blank pages available at the end of Question Booklet for rough work.
3. There are four alternative answers to each item marked as (a), (b), (c) and (d). The candidate will select one of the answers that is considered to be correct by him/her. He/She will mark the answer considered to be correct by filling the circle.
4. Use black/blue point pen to darken the circle.
5. See the following illustration.

   Illustration:

   1. The sum of 20 and 12 is

   (a) 32 (b) 38 (c) 31 (d) 34

   The Correct answer of item 1 is (a), which should be marked in OMR Answer Sheet as under:

1	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ

6. Half filled, faintly darkened, ticked or crossed circles will be read as wrong answers by the optical scanner and will be marked as incorrect.
7. The Booklet and OMR Answer Sheet must be handed over to the Invigilator before the candidate leaves the Examination Hall. No page(s) should be torn out from the booklet.
8. Keep OMR Answer Sheet straight. Do not fold it.
9. All questions are compulsory, each question carries one mark and there is NO negative marking.
10. **Use of calculator/mobile/ any electronic item/objection material is NOT permitted.**

Controller of Examinations

कृपया नोट करें कि अर्थ विभेद/दुविधा की स्थिति में अंग्रेज़ी में छपे प्रश्न को अंतिम माना जाए।

अनुभाग – क

1. यदि $f(a+h)=f(a)+hf'(a+\theta h)$ है व f को ऐसे परिभाषित किया गया है कि $f(x)=Ax^2+Bx+C,\ A\neq 0$ तो θ का मान बराबर है :

(क) 1

(ख) $\frac{1}{2}$

(ग) $\frac{3}{4}$

(घ) $\frac{1}{4}$

2. यदि $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=l$, जहाँ $|l|<1$ है तो $\lim_{n\to\infty}a_n$ बराबर है :

(क) $+\infty$

(ख) $-\infty$

(ग) 0

(घ) 1

3. प्रत्येक अनुक्रम में निहित है।

(क) एक एकलय उपअनुक्रम

(ख) एक अभिसारित उपअनुक्रम

(ग) एक विचलन उपअनुक्रम

(घ) एक दोलानित उपअनुक्रम

4. अनुक्रम $\left\{1+(-1)^n\right\}$:

(क) एक संमिलित अनुक्रम है।

(ख) $+\infty$ की ओर विचलन हो रहा है।

(ग) परिमित दोलानित है।

(घ) असीम दोलानित है।

5. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(1+2^{\frac{1}{2}}+3^{\frac{1}{3}}+.....+n^{\frac{1}{n}}\right)$ के बराबर है।

(क) 0

(ख) 1

(ग) ∞

(घ) इनमें से कोई नहीं

SECTION-A

1. If $f(a+h)=f(a)+hf'(a+\theta h)$ and f is defined as $f(x)=Ax^2+Bx+C,\ A\neq 0$ then θ is equal to :

(a) 1

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{3}{4}$

(d) $\frac{1}{4}$

2. If $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=l$, where $|l|<1$, then $\lim_{n\to\infty}a_n$ is equal to

(a) $+\infty$

(b) $-\infty$

(c) 0

(d) 1

3. Every sequence contains a :

(a) monotone subsequence

(b) convergent subsequence

(c) divergent subsequence

(d) oscillatory subsequence

4. The sequence $\left\{1+(-1)^n\right\}$:

(a) is convergent

(b) diverges to $+\infty$

(c) oscillates finitely

(d) oscillates infinitely

5. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(1+2^{\frac{1}{2}}+3^{\frac{1}{3}}+.....+n^{\frac{1}{n}}\right)$ is equal to :

(a) 0

(b) 1

(c) ∞

(d) none of these

6. दूरिक समष्टि में, विवृत समुच्चयों के स्तेच्छिक संग्रह का प्रतिच्छेदन :

(क) एक विवृत समुच्चय है।

(ख) एक संवृत समुच्चय है।

(ग) विवृत व संवृत दोनों ही समुच्चय हैं।

(घ) इनमें से कोई भी नहीं।

7. अनिरंतर दूरिक समष्टि का प्रत्येक समुच्चय एक :

(क) विवृत समुच्चय है।

(ख) संवृत समुच्चय है।

(ग) विवृत एवम् संवृत दोनों ही समुच्चय हैं।

(घ) इनमें से कोई भी नहीं।

8. एक दूरिक समष्टि (X,d) को पूर्ण कहा जाएगा यदि X के अन्दर प्रत्येक कोशी अनुक्रम :

(क) अभिसारित है

(ख) विचलनित है

(ग) परिमित दोलानित है

(घ) असीम दोलानित है

9. $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x^p}dx$ अभिसारित होगा यदि :

(क) $p>0$

(ख) $p>1$

(ग) $p<0$

(घ) $0<p<1$

10. $\beta(m,n)=\int_0^1 x^{m-1}(1-x)^{n-1}dx$ का आस्तित्व होगा यदि :

(क) m घनात्मक हो व n धनात्मक हो

(ख) m व n दोनों ही भृणात्मक हों

(ग) n धनात्मक हो व m घनात्मक न हो

(घ) m व n दोनों ही धनात्मक हों।

6. In a metric space the intersection of arbitrary collection of open sets :

(a) is an open set

(b) need not be an open set

(c) open as well as closed set

(d) none of these

7. Every set of discrete metric space is :

(a) an open set

(b) a closed set

(c) open as well as closed set

(d) none of these

8. A metric space (X,d) is said to be complete if every Cauchy sequence in X is :

(a) convergent

(b) divergent

(c) oscillates finitely

(d) oscillates infinitely

9. $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x^p}dx$ is convergent for :

(a) $p>0$

(b) $p>1$

(c) $p<0$

(d) $0<p<1$

10. $\beta(m,n)=\int_0^1 x^{m-1}(1-x)^{n-1}dx$ exists, iff :

(a) m is positive and n may not be positive

(b) m and n both are negative

(c) n is positive and m may not be positive

(d) m and n both are positive

11. शक्ति श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} A_n (x-\alpha)^n$ के लिए, यदि R एक अभिसारण की त्रिज्या है, तो $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{A_{n+1}}{A_n}\right| =$

(क) R

(ख) $\frac{1}{R}$

(ग) $2R$

(घ) $\frac{1}{2R}$

12. शक्ति श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{6}\right)^n$ का अभिसारण का अन्तराल होगा:

(क) $(0,6)$

(ख) $(-6,6)$

(ग) $(-6,0)$

(घ) $\left(-\frac{1}{6},\frac{1}{6}\right)$

13. फलन $f(x,y) = x^3 + y^3 + 3xy$ का एक क्रांतिक बिन्दु है।

(क) $(1,1)$

(ख) $(1,-1)$

(ग) $(-1,1)$

(घ) $(-1,-1)$

14. यदि $A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ व $C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ है। और बिन्दु (x_1, y_1) के लिए यदि $AC - B^2 < 0$ हो तो बिन्दु (x_1, y_1) को कहा जाएगा:

(क) क्रांतिक बिन्दु

(ख) स्थिर बिन्दु

(ग) सेडल बिन्दु

(घ) इनमें से कोई नहीं

15. यदि $f(x,y) = x^2 + xy + 3x + 2y + 5$ तो बिन्दु $(-2,1)$ एक :

(क) दीर्घतम् बिन्दु है

(ख) न्युनतम् बिन्दु है

(ग) सेडल बिन्दु है

(घ) इनमें से कोई नहीं

11. For the power series $\sum_{n=0}^{\infty} A_n (x-\alpha)^n$, if R is the radius of convergence, then $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{A_{n+1}}{A_n}\right| =$

(a) R

(b) $\frac{1}{R}$

(c) $2R$

(d) $\frac{1}{2R}$

12. The interval of convergence of power series $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{6}\right)^n$ is :

(a) $(0,6)$

(b) $(-6,6)$

(c) $(-6,0)$

(d) $\left(-\frac{1}{6},\frac{1}{6}\right)$

13. One critical point of the function $f(x,y) = x^3 + y^3 + 3xy$ is :

(a) $(1,1)$

(b) $(1,-1)$

(c) $(-1,1)$

(d) $(-1,-1)$

14. If $A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ and $C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ and if $AC - B^2 < 0$ for the point (x_1, y_1). Then the point (x_1, y_1) is called :

(a) Critical point

(b) Stationary point

(c) Saddle point

(d) None of these

15. If $f(x,y) = x^2 + xy + 3x + 2y + 5$ then $(-2,1)$ is :

(a) Point of maxima

(b) Point of minima

(c) Saddle point

(d) None of these

अनुभाग – ख

16. यदि V x का फलन है तो $\frac{1}{f(D)}\left(e^{\alpha x}V\right) =$

(क) $e^{\alpha x}V + \frac{1}{f(D+\alpha)}V$

(ख) $\alpha x \frac{1}{f(D+\alpha)}V$

(ग) $e^{\alpha x}\frac{1}{f(D)}V + V\frac{1}{f(D)}e^{\alpha x}$

(घ) $e^{\alpha x}\frac{1}{f(D+\alpha)}V$

17. $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{4x}$ का विशेष समाकलन होगा :

(क) $\frac{1}{4}e^{2x}$ (ख) $\frac{1}{2}e^{4x}$

(ग) $e^{4x}+2$ (घ) $e^{2x}+4$

18. लिजेंडर की n घातीय रैखिक समीकरण का स्वरुप है :

(क) $\left(P_0x^nD^n + P_1x^{n-1}D^{n-1} + P_2x^{n-2}D^{n-2} + \ldots\ldots + P_n\right)y = Q(x)$

(ख) $\left(P_0(a+bx)^n D^n + P_1(a+bx)^{n-1}D^{n-1} + P_2(a+bx)^{n-2}D^{n-2} + \ldots\ldots + P_n\right)y = Q(x)$

(ग) $\left(P_0D^n + P_1D^{n-1} + P_2D^{n-2} + \ldots\ldots + P_n\right)y = Q(x)$

(घ) $\left[P_0D^n + P_1(a+bx)^{n-1}D^{n-1} + P_2(a+bx)^{n-2}D^{n-2} + \ldots + P_n\right]y = Q(x)$

19. यदि $x = e^z$ और $\frac{d}{dz} = \theta$ है तो $x^2D^2 + 2xD - 2 = 0$ बन जाएगा :

(क) $\theta^2 + \theta + 2 = 0$ (ख) $\theta^2 + \theta - 2 = 0$

(ग) $\theta^2 + \theta + 1 = 0$ (घ) $\theta^2 + \theta + 3 = 0$

20. समीकरण $y = px + p^3$ का हल है :

(क) $y = cx + 3c$ (ख) $y = cx + c^2$

(ग) $y = cx + c^3$ (घ) इनमें से कोई नहीं

SECTION-B

16. If V is a function of x, then $\frac{1}{f(D)}\left(e^{\alpha x}V\right) =$

(a) $e^{\alpha x}V + \frac{1}{f(D+\alpha)}V$

(b) $\alpha x \frac{1}{f(D+\alpha)}V$

(c) $e^{\alpha x}\frac{1}{f(D)}V + V\frac{1}{f(D)}e^{\alpha x}$

(d) $e^{\alpha x}\frac{1}{f(D+\alpha)}V$

17. Particular Integral of $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = e^{4x}$ is:

(a) $\frac{1}{4}e^{2x}$ (b) $\frac{1}{2}e^{4x}$

(c) $e^{4x}+2$ (d) $e^{2x}+4$

18. Legendre's linear equation of order n is of the form :

(a) $\left(P_0x^nD^n + P_1x^{n-1}D^{n-1} + P_2x^{n-2}D^{n-2} + \ldots\ldots + P_n\right)y = Q(x)$

(b) $\left(P_0(a+bx)^n D^n + P_1(a+bx)^{n-1}D^{n-1} + P_2(a+bx)^{n-2}D^{n-2} + \ldots\ldots + P_n\right)y = Q(x)$

(c) $\left(P_0D^n + P_1D^{n-1} + P_2D^{n-2} + \ldots\ldots + P_n\right)y = Q(x)$

(d) $\left[P_0D^n + P_1(a+bx)^{n-1}D^{n-1} + P_2(a+bx)^{n-2}D^{n-2} + \ldots + P_n\right]y = Q(x)$

19. If $x = e^z$ and $\frac{d}{dz} = \theta$, then $x^2D^2 + 2xD - 2 = 0$ becomes :

(a) $\theta^2 + \theta + 2 = 0$ (b) $\theta^2 + \theta - 2 = 0$

(c) $\theta^2 + \theta + 1 = 0$ (d) $\theta^2 + \theta + 3 = 0$

20. Solution of $y = px + p^3$ is :

(a) $y = cx + 3c$ (b) $y = cx + c^2$

(c) $y = cx + c^3$ (d) none of these

21. $\left(3x^2+6xy^2\right)dx+\left(6x^2y+4y^2\right)\ dy=0$ का हल है।

(क) $x^3+3x^2y^2+\frac{4}{3}y^3=c$

(ख) $x^3+3x^2y^2+\frac{1}{3}y^3=c$

(ग) $3x^2y+2xy^3=c$

(घ) $3x^2y+2xy^3+\frac{4}{3}y^3=c$

22. यदि $z=f\left(\frac{y}{x}\right)$ से f का निरसन किया जाए तो आंशिक विभेदक समीकरण बनेगा :

(क) $p+q=0$ (ख) $p-q=0$

(ग) $px+qy=0$ (घ) $px-qy=0$

23. आंशिक विभेदक समीकरण $(y-z)p+(x-y)q=z-x$ का सामान्य हल है।

(क) $f\left(x^2+yz,x+y+z\right)=0$

(ख) $f\left(x^2+2yz,x+y+z\right)=0$

(ग) $f\left(y^2+xz,x+y+z\right)=0$

(घ) $f\left(x^2+2yz,x^2+y^2+z^2\right)=0$

24. आंशिक विभेदक समीकरण $p+q=pq$ के बारे में निम्न लिखित विवरण है।

(क) इसका कोई विल्क्षण (सिंगुलर) हल नहीं है।

(ख) $z=ax+\frac{a}{a-1}y+c$ इसका पूर्ण हल है।

(ग) $z=\frac{a}{a-1}x+ay+c$ इसका पूर्ण हल है।

(घ) यह एक घातीय अरेखिक आंशिक विभेदक समीकरण है।

इसमें :

(क) केवल (ii) व (iv) ही सही हैं।

(ख) केवल (i) व (iv) ही सही हैं।

(ग) केवल (i), (iii) व (iv) ही सही हैं।

(घ) सभी सही हैं।

25. फलन $\sqrt{|y|}$ लिपसिट की शर्त को निम्नलिखित अन्तराल में पूरा करता है।

(क) $(-\infty,\infty)$ (ख) $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$

(ग) $[0,\infty)$ (घ) $(-\infty,0]$

21. Solution of $\left(3x^2+6xy^2\right)dx+\left(6x^2y+4y^2\right)dy=0$ is :

(a) $x^3+3x^2y^2+\frac{4}{3}y^3=c$

(b) $x^3+3x^2y^2+\frac{1}{3}y^3=c$

(c) $3x^2y+2xy^3=c$

(d) $3x^2y+2xy^3+\frac{4}{3}y^3=c$

22. Elimination of f from $z=f\left(\frac{y}{x}\right)$ gives partial differential equation :

(a) $p+q=0$ (b) $p-q=0$

(c) $px+qy=0$ (d) $px-qy=0$

23. The general solution of partial differential equation $(y-z)p+(x-y)q=z-x$ is :

(a) $f\left(x^2+yz,x+y+z\right)=0$

(b) $f\left(x^2+2yz,x+y+z\right)=0$

(c) $f\left(y^2+xz,x+y+z\right)=0$

(d) $f\left(x^2+2yz,x^2+y^2+z^2\right)=0$

24. Given the following about partial differential equation $p+q=pq$ that

(i) it has no singular solution

(ii) $z=ax+\frac{a}{a-1}y+c$ is complete solution

(iii) $z=\frac{a}{a-1}x+ay+c$ is complete solution

(iv) it is a first order non-linear p.d.e.

Then

(a) only (ii) and (iv) are true

(b) only (i) and (iv) are true

(c) only (i), (iii) and (iv) are true

(d) all are true

25. The function $\sqrt{|y|}$ satisfies the Lipschitz's condition in :

(a) $(-\infty,\infty)$ (b) $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$

(c) $[0,\infty)$ (d) $(-\infty,0]$

26. इनमें से कौन अतिपरवलीय है ?

(क) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial z}{\partial y}$ (ख) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

(ग) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{\partial z}{\partial x}$ (घ) इनमें से कोई नहीं

27. $(D-\alpha)^n\left(x^n e^{\alpha x}\right)$ बराबर है :

(क) $e^{\alpha x}$ (ख) $\lfloor n$

(ग) $\alpha x \lfloor n$ (घ) $\lfloor n e^{\alpha x}$

28. विभेदक समीकरण $Pdx+Qdy+Rdz=0$ में समाकलनीयता की शर्त है :

(क) $P\left(\frac{\partial Q}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial y}\right)+Q\left(\frac{\partial R}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial z}\right)+R\left(\frac{\partial P}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial x}\right)=0$

(ख) $P\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial R}{\partial y}\right)+Q\left(\frac{\partial R}{\partial z}-\frac{\partial P}{\partial x}\right)+R\left(\frac{\partial P}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial z}\right)=0$

(ग) $P\left(\frac{\partial Q}{\partial y}-\frac{\partial R}{\partial z}\right)+Q\left(\frac{\partial R}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)+R\left(\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{\partial Q}{\partial x}\right)=0$

(घ) $P\left(\frac{\partial Q}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial x}\right)+Q\left(\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial P}{\partial z}\right)+R\left(\frac{\partial P}{\partial x}-\frac{\partial Q}{\partial y}\right)=0$

29. समीकरण $p^2y+(x-y)p=x$ का हल है :

(क) $\left(x^2+y^2-c\right)(y-x-c)=0$

(ख) $\left(x^2-y^2-c_1\right)(y-x-c_2)=0$

(ग) $\left(x^2+y^2-3\right)(y-x-2)=0$

(घ) $\left(x^2-y^2+3\right)(y-x+2)=1$

30. विभेदक समीकरण $\left(D^2-3D+2\right)y=\cos e^{-x}$ का पूर्ण हल =

(क) $y=c_1e^x+c_2e^{2x}+e^{2x}\cos e^{-x}$

(ख) $y=c_1e^x+c_2e^{2x}+e^{x}\cos e^{-x}$

(ग) $y=c_1e^x+c_2e^{2x}-e^{x}\cos e^{-x}$

(घ) $y=c_1e^x+c_2e^{2x}-e^{2x}\cos e^{-x}$

26. Which is hyperbolic ?

(a) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial z}{\partial y}$ (b) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

(c) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=\frac{\partial z}{\partial x}$ (d) None of these

27. $(D-\alpha)^n\left(x^n e^{\alpha x}\right)$ is equal to :

(a) $e^{\alpha x}$ (b) $\lfloor n$

(c) $\alpha x \lfloor n$ (d) $\lfloor n e^{\alpha x}$

28. Condition of integrability of differential equation $Pdx+Qdy+Rdz=0$ is :

(a) $P\left(\frac{\partial Q}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial y}\right)+Q\left(\frac{\partial R}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial z}\right)+R\left(\frac{\partial P}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial x}\right)=0$

(b) $P\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial R}{\partial y}\right)+Q\left(\frac{\partial R}{\partial z}-\frac{\partial P}{\partial x}\right)+R\left(\frac{\partial P}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial z}\right)=0$

(c) $P\left(\frac{\partial Q}{\partial y}-\frac{\partial R}{\partial z}\right)+Q\left(\frac{\partial R}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)+R\left(\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{\partial Q}{\partial x}\right)=0$

(d) $P\left(\frac{\partial Q}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial x}\right)+Q\left(\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial P}{\partial z}\right)+R\left(\frac{\partial P}{\partial x}-\frac{\partial Q}{\partial y}\right)=0$

29. Solution of $p^2y+(x-y)p=x$ is :

(a) $\left(x^2+y^2-c\right)(y-x-c)=0$

(b) $\left(x^2-y^2-c_1\right)(y-x-c_2)=0$

(c) $\left(x^2+y^2-3\right)(y-x-2)=0$

(iv) $\left(x^2-y^2+3\right)(y-x+2)=1$

30. Complete solution of differential equation $\left(D^2-3D+2\right)y=\cos e^{-x}$ is equal to :

(a) $y=c_1e^x+c_2e^{2x}+e^{2x}\cos e^{-x}$

(b) $y=c_1e^x+c_2e^{2x}+e^{x}\cos e^{-x}$

(c) $y=c_1e^x+c_2e^{2x}-e^{x}\cos e^{-x}$

(d) $y=c_1e^x+c_2e^{2x}-e^{2x}\cos e^{-x}$

अनुभाग – ग

31. निम्नलिखित में से कौन सा विवरण सही है ?

(क) $\sin z$ की अवधि π है।

(ख) $\cos z$ सामयिक नहीं है।

(ग) जटिल चर के सभी वृतीय फलन सामयिक नहीं होते।

(घ) $\cot z$ की अवधि π है।

32. ध्रुवीय रूप में कोशी–रेमन समीकरण है :

(क) $\frac{\partial u}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}$ और $\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}=-\frac{\partial v}{\partial r}$

(ख) $\frac{\partial u}{\partial r}=r\frac{\partial v}{\partial \theta}$ और $r\frac{\partial u}{\partial \theta}=-\frac{\partial v}{\partial r}$

(ग) $\frac{\partial u}{\partial r}=-\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}$ और $\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}=\frac{\partial v}{\partial r}$

(घ) $\frac{\partial u}{\partial r}=-r\frac{\partial v}{\partial \theta}$ और $r\frac{\partial u}{\partial \theta}=-\frac{\partial v}{\partial r}$

33. यदि $w=u+iv$ $z=x+iy$ का विश्लेषिक फलन है तो व्रक–कुल $u(x,y)=c_1$ और $v(x,y)=c_2$ बनाएंगे:

(क) आयतीय निकाय

(ख) संयुग्म निकाय

(ग) हरात्मक निकाय

(घ) विश्लेषिक निकाय

34. एक x व y का फलन है जिसके प्रथम व द्वितीय घात निरंतर आँशिक विभेदक हों, को हरात्मक फलन कहा जा सकता है यदि वह एक :

(क) युलर समीकरण को संतुष्ट करे।

(ख) लेपलास समीकरण को संतुष्ट करे।

(ग) सजातीय समीकरण को संतुष्ट करे।

(घ) लेग्रान्ज समीकरण को संतुष्ट करे।

35. रूपान्तरण $w=\frac{1}{2}\left(z+\frac{1}{z}\right)$ के क्रांतिक बिन्दु हैं :

(क) $-\infty, 0$

(ख) $0, \infty$

(ग) $-1, 1$

(घ) $-\infty, +\infty$

SECTION-C

31. Which of the following statement is true :

(a) Period $\sin z$ is π

(b) $\cos z$ is not periodic

(c) All circular functions of complex variable are not periodic

(d) Period of $\cot z$ is π.

32. Cauchy-Riemann equations in Polar form are :

(a) $\frac{\partial u}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}$ and $\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}=-\frac{\partial v}{\partial r}$

(b) $\frac{\partial u}{\partial r}=r\frac{\partial v}{\partial \theta}$ and $r\frac{\partial u}{\partial \theta}=-\frac{\partial v}{\partial r}$

(c) $\frac{\partial u}{\partial r}=-\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}$ and $\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}=\frac{\partial v}{\partial r}$

(d) $\frac{\partial u}{\partial r}=-r\frac{\partial v}{\partial \theta}$ and $r\frac{\partial u}{\partial \theta}=-\frac{\partial v}{\partial r}$

33. If $w=u+iv$ be analytic function of $z=x+iy$, then the families of the curves $u(x,y)=c_1$ and $v(x,y)=c_2$ form :

(a) Orthogonal system

(b) Conjugate system

(c) Harmonic system

(d) Analytic system

34. A function of x and y possessing continuous partial derivatives of first and second order, is called harmonic function if it satisfies :

(a) Euler Equation

(b) Laplace's Equation

(c) Homogeneous Equation

(d) Lagrange's Equation

35. Critical points of the transformation $w=\frac{1}{2}\left(z+\frac{1}{z}\right)$ are

(a) $-\infty, 0$

(b) $0, \infty$

(c) $-1, 1$

(d) $-\infty, +\infty$

36. रूपांतरण $w=\dfrac{az+b}{cz+d}$ w-समक्षेत्र में ईकाई वृत को z-समक्षेत्र में सीधी रेखा में रूपांतित करेगा यदि :

(क) $\dfrac{b}{a}=\dfrac{d}{c}$

(ख) $|a|=|b|$

(ग) $bc+ad=0$

(घ) $bc-ad=0$

37. रूपांतरण $w=z^n$, जहाँ n एक धनात्मक पूर्णांक है,

(क) प्रत्येक बिन्दु पर अनुकोणी रूपांतरण है सिवाय $z=0$ के।

(ख) समेत $z=0$ के प्रत्येक बिन्दु पर अनुकोणी रूपांतरण है।

(ग) केवल तुल्याकोणी रूपांतरण है।

(घ) न तो अनुकोणी और न ही तुल्यकोणी रूपांतरण है।

38. निम्नलिखित में कौन सा सही है ?

(क) $\left|\int_L f(z)\,dz\right|=\int_L|f(z)||dz|$

(ख) $\left|\int_L f(z)\,dz\right|\le\int_L|f(z)||dz|$

(ग) $\left|\int_L f(z)\,dz\right|<\int_L|f(z)||dz|$

(घ) $\left|\int_L f(z)\,dz\right|>\int_L|f(z)||dz|$

39. यदि C एक वृत $|z-a|=r$ है तो $\int_C \dfrac{dz}{z-a}$ बराबर है:

(क) $2\pi i$

(ख) πi

(ग) 0

(घ) $-2\pi i$

40. समाकलन $\dfrac{\lfloor n}{2\pi i}\int_{|z|=2}\dfrac{e^z}{z^{n+1}}dz$ का मान है :

(क) 1

(ख) πi

(ग) $2\pi i$

(घ) 0

36. Transformation $w=\dfrac{az+b}{cz+d}$ transforms the unit circle in the w-plane into straight line in the z-plane if :

(a) $\dfrac{b}{a}=\dfrac{d}{c}$

(b) $|a|=|b|$

(c) $bc+ad=0$

(d) $bc-ad=0$

37. The transformation $w=z^n, n$ being a positive integer, is :

(a) Conformal at every point except at $z=0$

(b) Conformal at every point including $z=0$

(c) Isogonal transformation only

(d) Neither Isogonal nor Conformal

38. Which of the following is true ?

(a) $\left|\int_L f(z)\,dz\right|=\int_L|f(z)||dz|$

(b) $\left|\int_L f(z)\,dz\right|\le\int_L|f(z)||dz|$

(c) $\left|\int_L f(z)\,dz\right|<\int_L|f(z)||dz|$

(d) $\left|\int_L f(z)\,dz\right|>\int_L|f(z)||dz|$

39. If C is a circle $|z-a|=r$, then $\int_C \dfrac{dz}{z-a}$ is :

(a) $2\pi i$

(b) πi

(c) 0

(d) $-2\pi i$

40. The value of integral $\dfrac{\lfloor n}{2\pi i}\int_{|z|=2}\dfrac{e^z}{z^{n+1}}dz$ is :

(a) 1

(b) πi

(c) $2\pi i$

(d) 0

41. यदि $f(z)$ एक विश्लेषिक व प्रत्येक प्रक्षेत्र में समान रूप से घिरा हुआ फलन है तो :

(क) $f(z)$ शून्य के बराबर है।

(ख) $f(z)$ एक स्थिरांक है।

(ग) $f(z)$ एक असतत फलन है।

(घ) इनमें से कोई नहीं।

42. मान लो $f(z)$ एक सरल संयोजित प्रक्षेत्र D में एक सतत फलन है तथा C एक शोधनीय संवृत वक्र है तो $f(z)$ को प्रक्षेत्र D में विश्लेषिक होने के लिए आवश्यक और पर्याप्त शर्त है :

(क) $\int_C f(z)\,dz = 2\pi i$

(ख) $\int_C f(z)\,dz = -2\pi i$

(ग) $\int_C f(z)\,dz = 0$

(घ) $\int_C f(z)\,dz \neq 0$

43. यदि $f(z)$ एक संतृत समोच्च C के अंत: व ऊपर विश्लेषिक है तथा a समोच्च C के अन्दर एक बिन्दु है तो :

(क) $f(a) = \frac{1}{\pi i}\int_C \frac{f(z)}{z-a}dz$

(ख) $f(a) = \frac{1}{\pi i}\int_C \frac{f(z)}{z+a}dz$

(ग) $f(a) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f(z)}{z-a}dz$

(घ) $f(a) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f(z)}{z+a}$

44. ध्रुवीय रूप में फलन $w = f(z)$ का डेरिवेतिव होता है :

(क) $\frac{dw}{dz} = \frac{\partial w}{\partial r}e^{i\theta}$ (ख) $\frac{dw}{dz} = -\frac{\partial w}{\partial r}e^{i\theta}$

(ग) $\frac{dw}{dz} = -\frac{\partial w}{\partial \theta}e^{-i\theta}$ (घ) $\frac{dw}{dz} = \frac{\partial w}{\partial r}e^{-i\theta}$

45. यदि $\sin\log\left(i^i\right) = a + ib$ है तो :

(क) $a = 1, b = 0$ (ख) $a = 0, b = 1$

(ग) $a = -1, b = 0$ (घ) $a = 1, b = 1$

41. If $f(z)$ is analytic and uniformly bounded in every domain, then :

(a) $f(z)$ is zero

(b) $f(z)$ is constant

(c) $f(z)$ is discontinuous

(d) None of these

42. Let $f(z)$ be a continuous function in a simply connected domain D and C be any rectifiable closed curve in D, then necessary and sufficient condition for $f(z)$ to be analytic in D is :

(a) $\int_C f(z)\,dz = 2\pi i$

(b) $\int_C f(z)\,dz = -2\pi i$

(c) $\int_C f(z)\,dz = 0$

(d) $\int_C f(z)\,dz \neq 0$

43. If $f(z)$ is analytic within and on a closed contour C and a is any point within C, then :

(a) $f(a) = \frac{1}{\pi i}\int_C \frac{f(z)}{z-a}dz$

(b) $f(a) = \frac{1}{\pi i}\int_C \frac{f(z)}{z+a}dz$

(c) $f(a) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f(z)}{z-a}dz$

(d) $f(a) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f(z)}{z+a}$

44. The derivative of a function $w = f(z)$ in polar form is given by :

(a) $\frac{dw}{dz} = \frac{\partial w}{\partial r}e^{i\theta}$ (b) $\frac{dw}{dz} = -\frac{\partial w}{\partial r}e^{i\theta}$

(c) $\frac{dw}{dz} = -\frac{\partial w}{\partial \theta}e^{-i\theta}$ (d) $\frac{dw}{dz} = \frac{\partial w}{\partial r}e^{-i\theta}$

45. If $\sin\log\left(i^i\right) = a + ib$, then

(a) $a = 1, b = 0$ (b) $a = 0, b = 1$

(c) $a = -1, b = 0$ (d) $a = 1, b = 1$

अनुभाग – घ

46. यदि V क्षेत्र R के ऊपर एक 2×2 मैट्रिक्स की एक सदिश समष्टि है तो का आयाम है :

(क) 4

(ख) 3

(ग) 2

(घ) इनमें से कोई नहीं

47. सदिश (a,b) और (c,d) $V_2(C)$ के एक घातत: परतंत्र होंगे यदि:

(क) $ab=cd$

(ख) $ad=bc$

(ग) $ac=bd$

(घ) इनमें से कोई नहीं

48. R^3 में कौन से निम्नलिखित सदिशों के समुच्चयों में एक घातत स्वतन्त्र है ?

$B_1=\{(1,0,0),(0,1,0),(1,1,0)\}$

$B_2=\{(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1)\}$

$B_3=\{(0,1,0),(1,0,1),(1,1,0)\}$

$B_4=\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$

(क) B_1 और B_2

(ख) B_3 और B_4

(ग) B_1 और B_4

(घ) B_2 और B_3

49. यदि $T:R^2\to R^3$ एक रैखिक रूपांतरण है जिसमें $T(1,0)=(2,3,1)$ तथा $T(1,1)=(3,0,2)$ है तो निम्नलिखित में कौन सही है ?

(क) $T(x,y)=(x+y,2x+y,3x-3y)$

(ख) $T(x,y)=(x-y,2x-y,3x+3y)$

(ग) $T(x,y)=(2x-y,3x+3y,x-y)$

(घ) $T(x,y)=(2x+y,3x-2y,x+y)$

50. मान लो $T:R^n\to R^n$ एक रैखिक रूपांतरण है जो कि 1-1 नहीं है। तो :

(क) क्रम $T=n$

(ख) क्रम $T<n$

(ग) क्रम $T=n+1$

(घ) क्रम $T=n-1$

SECTION-D

46. If V is a vector space of 2×2 matrix over the field R, then the dimension of V is :

(a) 4

(b) 3

(c) 2

(d) None of these

47. Vectors (a,b) and (c,d) of $V_2(C)$ arc linearly dependent if :

(a) $ab=cd$

(b) $ad=bc$

(c) $ac=bd$

(d) None of these

48. Which of the following sets of vectors in R^3 are linearly independent ?

$B_1=\{(1,0,0),(0,1,0),(1,1,0)\}$

$B_2=\{(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1)\}$

$B_3=\{(0,1,0),(1,0,1),(1,1,0)\}$

$B_4=\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$

(a) B_1 and B_2

(b) B_3 and B_4

(c) B_1 and B_4

(d) B_2 and B_3

49. If $T:R^2\to R^3$ is L.T. such that $T(1,0)=(2,3,1)$ and $T(1,1)=(3,0,2)$ then which of the following is correct ?

(a) $T(x,y)=(x+y,2x+y,3x-3y)$

(b) $T(x,y)=(x-y,2x-y,3x+3y)$

(c) $T(x,y)=(2x-y,3x+3y,x-y)$

(d) $T(x,y)=(2x+y,3x-2y,x+y)$

50. Let $T:R^n\to R^n$ be L.T. which is not one-one. Then :

(a) rank $T=n$

(b) rank $T<n$

(c) rank $T=n+1$

(d) rank $T=n-1$

51. एक व्युतक्रमणीय रैखिक रूपांतरण होगा यदि :

(क) क्रम $T=0$

(ख) शून्यता $T\neq 0$

(ग) शून्यता $T=0$

(घ) क्रम $T\neq 0$

52. यदि $T:R^2\to R^2$ एक रैखिक रूपांतरण है जिसमें $T(3,1)=(2,-4)$ और $T(1,1)=(0,2)$ के तो =

(क) $(3,-1)$

(ख) $(-3,2)$

(ग) $(-1,3)$

(घ) इनमें से कोई नहीं

53. यदि $T:R^2\to R^2$ एक रैखिक रूपांतरण है जोकि परिभाषित है $T(x,y)=(x+y,x-y)$ के तो T^{-1} का मैट्रिक्स R^2 के मानक आधार के सन्दर्भ में होगा:

(क) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ (ख) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(ग) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ (घ) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

54. एक बहुपद जिसका एक मूल $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ है। तो वह बहुपद है :

(क) t^2+4t+3

(ख) t^2-4t+3

(ग) t^2-4t-3

(घ) इनमें से कोई नहीं

55. $T:R^3\to R^3$ के आइगन मानों को परिभाषित किया गया है: $T(x,y,z)=(-x+2y-4z,-4y+7z,-9z)$ तो ये :

(क) सभी घातक हैं

(ख) सभी ऋणात्मक हैं

(ग) एक ऋणात्मक व दो घनात्मक हैं

(घ) दो ऋणात्मक व एक घनात्मक है

51. T is non-singular if and only if :

(a) rank $T=0$

(b) Nullity $T\neq 0$

(c) Nullity $T=0$

(d) rank $T\neq 0$

52. If $T:R^2\to R^2$ is a L.T. such that $T(3,1)=(2,-4)$ and $T(1,1)=(0,2)$ then $T(7,8)$ is equal to :

(a) $(3,-1)$

(b) $(-3,2)$

(c) $(-1,3)$

(d) None of these

53. If $T:R^2\to R^2$ is a L.T. defined as $T(x,y)=(x+y,x-y)$, then matrix of T^{-1} w.r.t. standard basis for R^2 is :

(a) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

54. A polynomial whose one root is $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ is:

(a) t^2+4t+3

(b) t^2-4t+3

(c) t^2-4t-3

(d) None of these

55. The eigen values of $T:R^3\to R^3$ defined as $T(x,y,z)=(-x+2y-4z,-4y+7z,-9z)$ are:

(a) All positive

(b) All negative

(c) One negative and two positive

(d) Two negative and one positive

56. यदि $\langle G,* \rangle$ एक समूह है और यदि $a*b=b*a \forall a,b \in G$, तो समूह $\langle G,* \rangle$ कहलाएगा:

(क) एक एबेलियन समूह

(ख) एक विनिमय समूह

(ग) अविनिमेय समूह

(घ) (क) और (ख) दोनों ठीक हैं

57. यदि H और K समूह G के दो उपसमूह हैं। जिसमें $G=HK$ और $H \cap K=\{e\}$ हैं तो :

(क) $O(G)=O(H).O(K)$

(ख) $O(G)=O(H)+O(K)$

(ग) $O(G)=O(H)-O(K)$

(घ) $O(G)=O(H)/O(K)$

58. समाकारिता की मौलिक प्रमेय को निम्नलिखित भी कहा जाता है :

(क) प्रथम समाकारिता प्रमेय

(ख) द्वितीय समाकारिता प्रमेय

(ग) तृतीय समाकारिता प्रमेय

(घ) इनमें से कोई नहीं

59. यदि R ईकाई 1 के साथ एक वलय (रिंग) है जिसमें R का कोई उचित शून्य भाजक नहीं है तो R में केवल मात्र वर्गसम है :

(क) 0 और -1

(ख) 0 और 1

(ग) -1 और 1

(घ) इनमें से कोई नहीं

60. मान लो R अनेक अवयवों का वलय है। प्रत्येक $a \in R$ के लिए R में एक मात्र अवयव b है जिसके लिए $aba=a$ है तो निम्नलिखित में कौन सा सही नहीं है ?

(क) $bab=b$

(ख) R एक भाज्य वलय है

(ग) $ab=ba=1$

(घ) इनमें से कोई नहीं

56. If $\langle G,* \rangle$ is a group and if $a*b=b*a \forall a,b \in G$, then the group $\langle G,* \rangle$ is called :

(a) an abelian group

(b) commutative group

(c) non-commulative group

(d) both (a) and (b) are correct

57. If H and K are two subgroups of G such that $G=HK$ and $H \cap K=\{e\}$, then

(a) $O(G)=O(H).O(K)$

(b) $O(G)=O(H)+O(K)$

(c) $O(G)=O(H)-O(K)$

(d) $O(G)=O(H)/O(K)$

58. Fundamental Theorem of Homomorphism is also known as :

(a) First Theorem of Homomorphism

(b) Second Theorem of Homomorphism

(c) Third Theorem of Homomorphism

(d) None of these

59. Suppose R is a ring with unity 1 such that R has no proper zero divisors. Then the only idempotents in R are :

(a) 0 and –1

(b) 0 and 1

(c) –1 and 1

(d) None of these

60. Let R be a ring with more than one element. Let for each $a \in R$, $\exists$, a unique b in R such that $aba=a$. Then which of the following is incorrect ?

(a) $bab=b$

(b) R is a division ring

(c) $ab=ba=1$

(d) None of these